

## LA "VELOCITÀ AREALE" E LA SECONDA LEGGE DI KEPLERO!

Il Cap. VII° AREA E PERIMETRO ELLISSE ....Pag.5, oltre a riportare il concetto generale della velocità areale spiegato dal Graffi indica il significato geometrico di tale velocità; e ci specifica il rapporto che intercorre tra le aree dell' ellisse, scaturite dai raggi vettori del suo Centro o del suo Fuoco (caso che stiamo prendendo in esame) e gli angoli di riferimento E (anomalia eccentrica) ed M (anomalia media).

La formulazione della velocità areale ci dice che  $dS/dt$ , indica una proporzionalità tra le aree e il tempo, concetto estremamente generale.

Riproponendo la citazione del Graffi : «L'area  $dS$  descritta da P-O nel tempo  $dt$  vale a meno di infinitesimi di ordine superiore, un settore circolare di raggio uguale a  $\rho$  (valore del raggio vettore all'istante  $t$ ) e di angolo al centro  $d\theta$  incremento di  $\theta$

nell'intervallo  $(t, t+dt)$ ». Si ha allora  $dS = \frac{1}{2} \rho^2 d\theta$ . Quindi la

velocità areale è  $S' = \frac{dS}{dt} = \frac{1}{2} \rho^2 \frac{d\theta}{dt}$ .

Nel nostro caso la geometria del CAP.VII° (Area e Perimetro dell'ellisse), ci indica che esiste un rapporto proporzionale, tra aree ed angoli, cioè (nel caso in esame) tra  $\frac{S}{E} = \frac{A}{M} = \frac{1}{2} qm$  (S ed A aree percorse rispettivamente dal vettore-Centro e vettore-Fuoco ed E ed M i loro angoli di riferimento di una opportuna circonferenza), e che posto  $\rho = \sqrt{qm}$ , avremo che il relativo settore circolare della velocità areale può essere indicata dalle aree S o A a seconda che l'angolo al centro è E oppure M.

Nella formula stessa di  $S'$  indicata sopra, si vede che i rapporti  $\frac{dS}{dt}$  e  $\frac{d\theta}{dt}$  sono valori temporali, pertanto il generico valore  $\frac{d\theta}{dt}$  può

essere inteso come  $\frac{dE}{dt}$  poiché  $d\theta$  e  $dE$  rappresentano entrambi un incremento dell'angolo al centro di una circonferenza nello intervallo  $(t; t+dt)$  per cui possiamo scrivere

$$\frac{dS}{d\theta} = \frac{dS}{dE} = \frac{dA}{dM} = \frac{1}{2} \rho^2 = \frac{1}{2} qm \quad 1]$$

come per l'appunto ci è indicato dalla geometria.

Per il fatto che nell'ellisse l'angolo  $\beta$  del vettore-Centro e l'angolo  $\omega$  del vettore-Fuoco, sono entrambi funzioni di E, al pari di M, mediante il legame che intercorre tra loro:

$$\tan \beta = \sqrt{1-e^2} \tan E \quad \text{e} \quad \tan \frac{\omega}{2} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{1-e} \tan \frac{E}{2} \quad \text{o meglio} \quad \cos \omega = \frac{\cos E - e}{1 - e \cos E}$$

possiamo scrivere:

$$\frac{dE}{dt}; \quad \frac{d\beta}{dt}; \quad \frac{dM}{dt} = \frac{d(E - e \sin E)}{dt}; \quad \frac{d\omega}{dt}$$

ed in tale riferimento temporale anche

$$\frac{dS}{dE} = \frac{dS}{d\beta} = \frac{dA}{dM} = \frac{dA}{d(E - e \sin E)} = \frac{dA}{d\omega} = \frac{1}{2} \rho^2 = \frac{1}{2} qm$$

Nella ellisse dunque la velocità areale è una proprietà non esclusiva, in quanto può essere riferita al suo centro, o ad un qualunque altro punto intermedio dell'asse, e quindi al suo fuoco, e da ciò che è stato detto attribuibile sia ad una Forza Centrale Indotta (Centro ellisse) sia ad una Forza Centrale (Fuoco dell'ellisse), pertanto la Seconda Legge di Keplero rientra in tale proprietà, anzi è una proprietà della ellisse, non è scientificamente attribuibile all'una (velocità areale del Centro-ellisse) o all'altra (velocità areale del Fuoco-ellisse), poiché entrambe nel concetto e nella dimostrazione coincidono e quello che si può affermare per l'una, vale per l'altra. In altre parole la velocità areale  $S'$  definita dal Graffi è un concetto generale che definisce indifferentemente il nostro valore areale  $S$  o  $A$ , divenendo così impossibile una attribuzione di tale proprietà ad una specifica legge (II° Legge di Keplero), partendo esclusivamente dalla formula di definizione della velocità areale.