L’OROLOGIO DI TYCHO BRAHE

E IL MOTO DEI PIANETI

Tycho Brahe un giorno si accorse che il suo orologio aveva le lancette delle ore ferme mentre quella dei minuti ancora funzionava. Si pose allora il quesito (era pur sempre un matematico) come calcolare la distanza tra l’estremo della lancetta delle ore (OR) e l’estremo dei minuti (MN) che per comodità nostra facciamo ruotare in senso antiorario e partire dalla ascissa. Facile: dopo un intere giro (MN) si sarebbe ritrovato al punto di partenza cioè a Ore0=Ore12. Allora la distanza tra Or e MN sarà governata da βE∈(0°,360°), ripetitivo per ogni giro di MN:

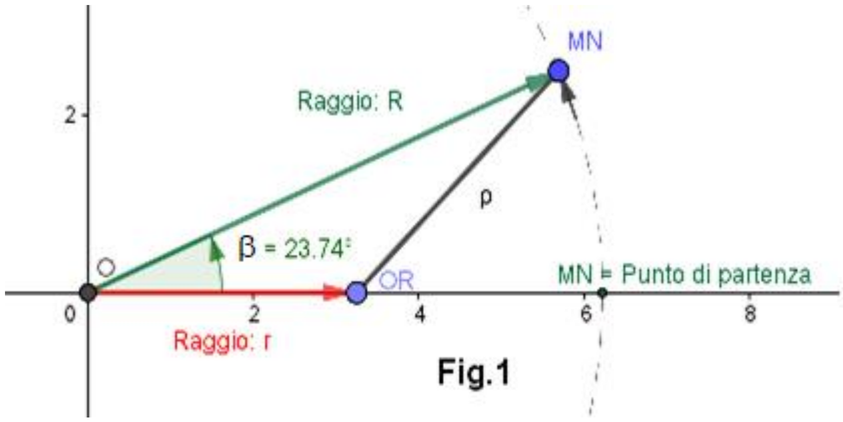

Fig.1

$$\rho = (\overline{OR - MN}) = \sqrt{R^2 + r^2 - 2\,R\,r\,\cos\beta}$$

Ma in un orologio funzionante la lancetta delle ore (OR) si sarebbe spostata di 30° a Ore1, mancando l’allineamento. Tycho osservò che per riacquistare la posizione di partenza, cioè l’allineamento di MN con OR, in un orologio normale il punto MN avrebbe dovuto percorrere ancora lo spazio che lo separano da OR. Facendo coincidere nuovamente le due lancette avrebbe riavuto tutti i valori di β∈(0°,360°): come in Fig.3, partendo ogni volta dalla nuova posizione di OR.

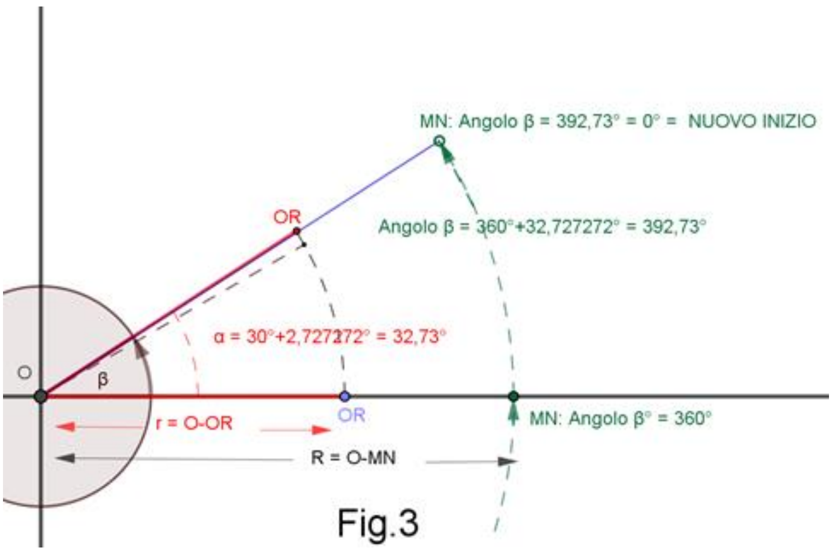

Fig.3

Nel caso dell’orologio vero e proprio abbiamo che:

360°x**12**=4320° e 30°x**12**=360°;

(Nel normale orologio, quando MN ha completato un giro ritorna a Ore0=Ore12, e per ogni giro di MN, OR si incrementa di 30° passando da Ore1 a Ore2, Ore3 ecc.)

Ma volendo la sovrapposizione delle lancette come illustra la Fig.3, MN per ritornare in linea con OR deve percorrere lo spazio di 30° che lo separano da OR, che nel frattempo è avanzato di altri 2,727272° (per effetto Achille e la Tartaruga) in totale sarà MN=392,727272°.
Tuttavia con l'allineamento di MN e OR il valore di ρ(distanza MN-OR) ottenuto dal Teorema di Carnot, sarà ora governato da **E=β-α**, e il suo valore sarà ogni volta, per ogni giro di MN, come indicato in Fig.3

E=392°,727272-32°,727272=360°

Il totale dei giri percorsi da MN e OR non è più 12 volte ma di:

392,727272x**11**=4319,999999° e 32,727272°x**11**=359,999999°

Alla fine avremo che E∈(0°,360°) o più esattamente E∈(0°,359,727272°) e fornirà uguali valori a ρ=(OR-MN), sia se la lancetta OR è ferma sia se si muove secondo la Fig.3. L'unica differenza tra le due figure è che nella Fig.3 viene tenuto conto del movimento e quindi della posizione del punto OR e MN rispetto al riferimento di partenza.
Tycho B. applicò la formula di Carnot o dei coseni

$$\rho = (\overline{OR - MN}) = \sqrt{R^2 + r^2 - 2\,R\,r\,\cos E}$$

con i valori (R=227,9 ; r=21,2) ottenendo la Tabella sotto:

Con suo grande stupore si accorse che i valori di ρ della prima colonna erano del tutto uguali a quelli delle distanze tra il OR=Sole e MN=Marte.
Provò con valori (R=149,6; r=2,5) e la seconda colonna di ρ diede i valori delle distanze Sole-Terra e simile risultato lo ottenne per qualunque Sole-Pianeta, anzi per qualunque Pianeta-Pianeta.
Non solo ma il valore di α=32,727272° che compare nell'orologio rappresenta la "longitudine al Perielio" proprio come in ciascun Pianeta.

Come era possibile?

Ticho Brahe non risolse il quesito.

Il resto è storia: il brillante **Keplero** dai dati di *ρ*, della prima colonna (quella di Marte), interpretò che i Pianeti si muovevano intorno al Sole secondo raggi di Ellisse.

E	ρ	ρ	
0	206,7	147,1	R-r
10	207,05	147,14	
20	208,1	147,25	
40	212,1	147,69	
60	218,07	148,37	
90	228,88	149,62	$\sqrt{R^2+r^2}$
110	235,39	150,47	
120	239,21	150,87	
140	244,52	151,52	
160	247,93	151,95	
180	249,1	152,1	R+r
270	228,88	149,62	$\sqrt{R^2+r^2}$
360	206,7	147,1	R-r

Andò oltre, e ci lasciò in eredità la figura di una ellisse come moto di un Pianeta ma con il Sole posto nel Fuoco di tale ellisse.

La vera soluzione ci è data da un teorema di geometria, chiamato intenzionalmente "IL TEOREMA DEI PIANETI" che ne dà ampia spiegazione.

Ecco l'enunciato del Teorema dei Pianeti (Google pdf-geogebra):
«Data una circonferenza, ed un qualunque punto-fisso nello spazio, che non appartenga alla perpendicolare al centro di tale circonferenza, la sua distanza dai punti della circonferenza sono vettori di ellisse, la traiettoria una ellisse e il punto fisso il suo centro.»

L'importanza di questo teorema, tra le tante cose che risolve, è la corrispondenza biunivoca tra ellisse e circonferenza; qui però vediamo come è possibile ottenere la trasformazione della figura dalla formula stessa:

$$\rho = (\overline{OR - MN}) = \sqrt{R^2 + r^2 - 2\,R\,r\,\cos E}$$

dove facendo $E = 2\left(\frac{E}{2}\right)$ e moltiplicando R^2 e r^2 per $(cos^2\left(\frac{E}{2}\right) + sin^2\left(\frac{E}{2}\right))$ con facili passaggi si ottiene

$$\rho = (\overline{OR - MN}) = \sqrt{(R-r)^2 cos^2\left(\frac{E}{2}\right) + (R+r)^2 sin^2\left(\frac{E}{2}\right)}$$

e posto (R+r)=a semi-asse maggiore e (R-r)=b semi-asse minore

$$\rho = (\overline{OR - MN}) = \sqrt{b^2 cos^2\left(\frac{E}{2}\right) + a^2 sin^2\left(\frac{E}{2}\right)}$$

vale a dire i punti MN e OR pur movendosi secondo una circonferenza si comportano tra loro come raggi di ellisse: giusta l'affermazione di Keplero, ma non la sua ellisse.

Infatti noi osserviamo il moto primario dei punti MN e OR, circolare rispetto al loro Centro di Massa, mentre il moto ellittico è indicato solo dal valore della loro distanza, proprio come è risolto da Newton, il quale ottenne implicitamente una ellisse studiando *l'interazione tra le Masse.* La differenza tra E ed E/2 conferma il valore della velocità angolare tra circonferenza ed ellisse, come indicato dall'analisi.

COMPLANAREITA'. Tra le tante cose, il "Teorema dei Pianeti", indica che il punto fisso OR=SOLE non deve essere necessariamente complanare.

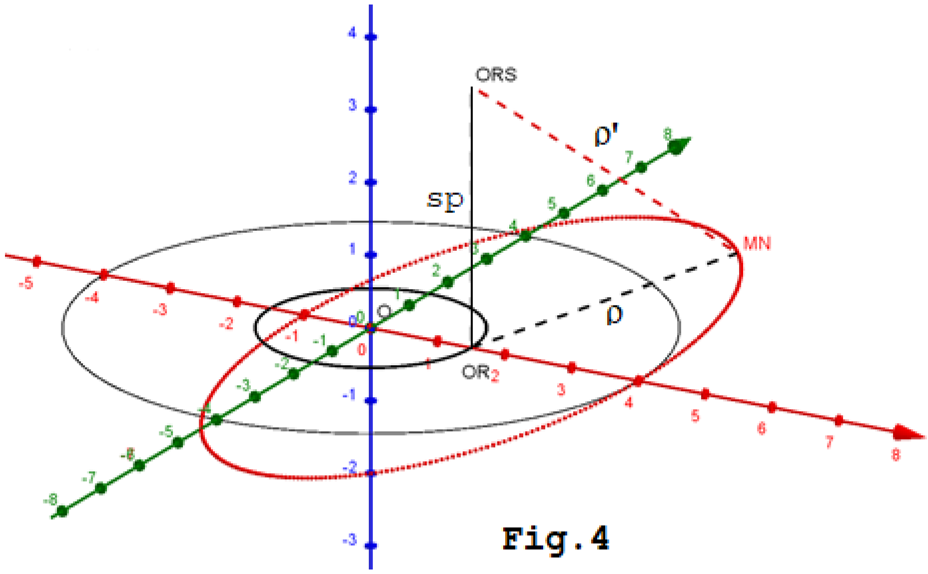

Fig.4

Infatti, un punto-fisso nello spazio (esempio ORS di Fig.4) la cui proiezione, sul piano di MN, sarà giustappunto OR, di valore costante (ORS-OR)=z=sp, piano su cui agirà il Teorema dei Pianeti come abbiamo visto in Fig.3 e il cui valore finale sarà:

$$\rho' = \left(\overline{ORS - MN}\right) = \sqrt{(\overline{OR - MN})^2 + (\overline{OR - ORS})^2} = \sqrt{\rho^2 + sp^2}$$

che rappresenta una ellisse di raggi ρ incrementati dalla costante sp, e di semi-assi $a' = \sqrt{a^2 + sp^2}$ e $b' = \sqrt{b^2 + sp^2}$.
Analogamente se b=a=R sul piano di MN avrò una circonferenza e nello spazio:
$\rho' = (\overline{ORS - MN}) = \sqrt{R^2 + sp^2}$ raggi di una circonferenza.
Vedi: ["IL TEOREMA DEI PIANETI" nello SPAZIO]

Su queste ipotesi poggeranno le Leggi di Newton, che terranno conto delle distanze e non della loro complanareità.

CONCLUSIONE: se tutti i pianeti ruotano secondo moti circolari ed uno rispetto all'altro secondo moti ellittici, TALE LEGGE varrà anche per la Luna e tutti gli altri Satelliti, sia rispetto al proprio Pianeta che rispetto al Sole o a qualunque altra stella.

Possiamo allora formulare la prima Legge:

LEGGE DEL MOTO DEI PIANETI:
«I Pianeti ruotano secondo proprie Orbite Circolari e tutti, uno rispetto all’altro, secondo traiettorie Ellittiche»

M.Vaglieco