CAP.XIII CICLOIDI STORIA E FORMULA

Racconta Vitruvio, Architetto dell'antica Roma, nella sua opera "De Architettura", che a quei tempi a Roma si affittavano per il trasporto di merci o persone, Carri, trainati da animali da soma, muniti di un congegno, che consisteva in un meccanismo che ad ogni tanti giri della ruota lasciava cadere, in un opportuno recipiente, un sassetto, contando i quali, si poteva sapere, dai giri delle ruote, quanta strada era stata fatta e per quanto tempo gli animali avevano potuto riposare: insomma un sistema che si usa ancora oggi, quando prendiamo un taxi.
Un millennio più tardi, qualcuno, ispirato dal numero di giri che la ruota faceva rotolando sul terreno (senza slittare!!), pensò che per poterne contare i giri, sulla ruota si sarebbe dovuto segnare un Punto di arrivo-partenza.
Propose, allora, la soluzione dell'interessante problema di tracciare la traiettoria del Punto indicato.
La soluzione di tale problema rimase come definizione delle curve ottenute con il nome di CICLOIDI: tant'è che ancora oggi nel definire la curva, come risultato di un punto segnato su una ruota, spesso si aggiunge la precisazione "senza slittare" a retaggio del carro che procedeva dietro le some che potevano sporcare facendo scivolare la ruota.

Diamo invece la definizione geometrica della Cicloide:
«Un punto che ruota secondo una circonferenza il cui centro migra secondo una determinata figura, descrive una curva detta CICLOIDE».
(Più in generale si può sostituire la circonferenza con una ellisse.)

La prima figura che viene in mente è la molla: essa è data dalla traiettoria di un punto che ruota secondo una circonferenza mentre il suo centro migra secondo la perpendicolare ad essa.
Data la definizione possiamo riunire tutte le cicloidi in una unica formula algebrica, in un riferimento cartesiano e in forma parametrica:

$$\begin{cases} OA\ \cos\beta = R\ cos\alpha + C_x \\ OA\ \sin\beta = R\ sin\alpha + C_y \end{cases}$$

dove OA è la distanza del punto A dal cento del riferimento, R è raggio della circonferenza, α l'angolo della circonferenza e i valori C_X e C_Y sono i valori delle coordinate dei punti della figura in cui il centro della circonferenza emigra.

Per fare un paragone con la letteratura prendiamo come esempio la cicloide regolare, dove la ruota viene fatta rotolare per un distanza Rα cioè di una distanza pari al perimetro della circonferenza. Volendo procedere con la formula indicata avremo che il centro della circonferenza si muoverà per $C_X = R\alpha$ e $C_Y=0$ quindi:

$(x = R\cos\alpha + R\alpha, \quad y = R\sin\alpha + 0)$

affinchè l'immagine che si ottiene coincida con quella della letteratura il punto di partenza sulla circonferenza deve iniziare:

$$\begin{cases} OA\ \cos\beta = R\cos(90° + \alpha) + R\alpha \\ OA\ \sin\beta = R\sin(90° + \alpha) + 0 \end{cases}$$ (concavità verso l'alto)

$$\begin{cases} OA\ \cos\beta = R\sin(180° + \alpha) + R\alpha \\ OA\ \sin\beta = R\cos(180° + \alpha) + 0 \end{cases}$$ (concavità verso il basso);

è da aggiungere che se la percorrenza del centro del cerchio è un valore (d) qualunque diverso da $R\alpha$, avremo una cicloide allungata o accorciata, per un valore superiore o inferiore.

A) Se poniamo $C_X = (R\pi)\cos\alpha$ e $C_Y=0$ la curva diventa una ellisse.

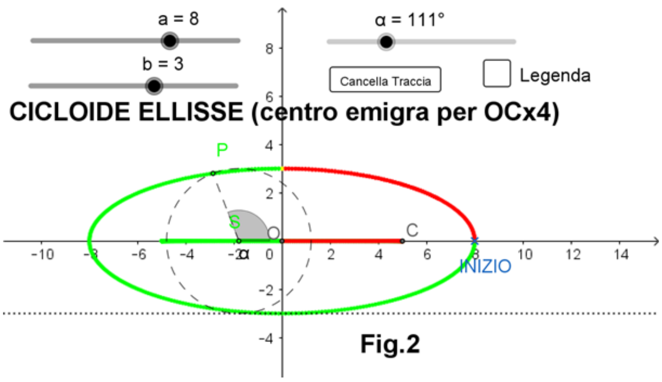
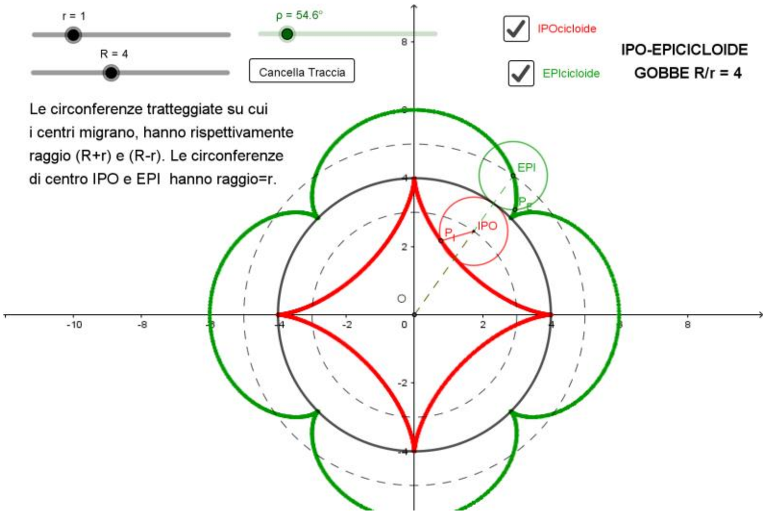


Fig.2

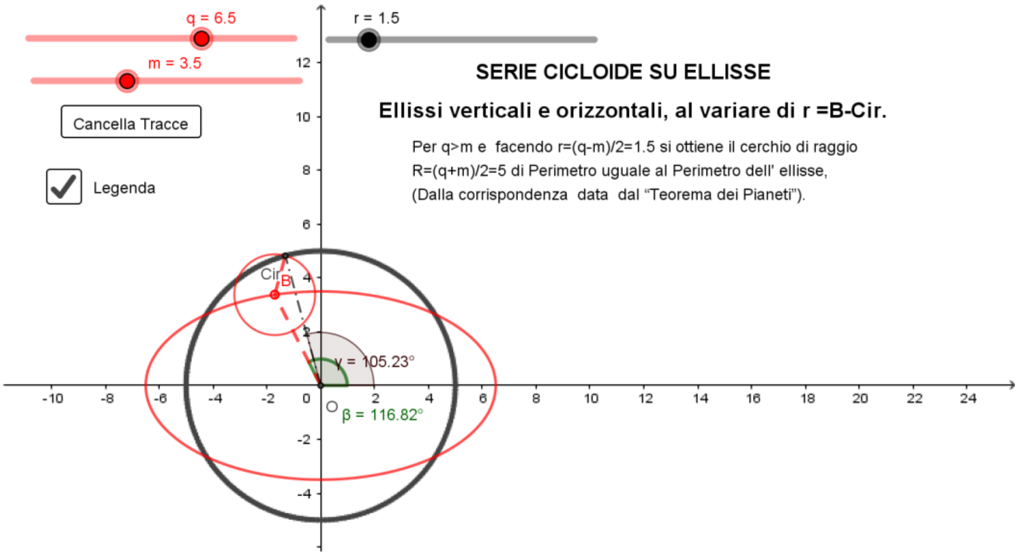
Possiamo anche tracciare la **ellisse** (di semi-assi a>b) costruita come **cicloide**, ponendo R=b e il centro della circonferenza che emigra per $C_X = (a-b)\cos\alpha$ e $C_Y=0$. Vedi applet ***(Geogebra.org)***

B) Per la cicloide data da una circonferenza il cui centro migra

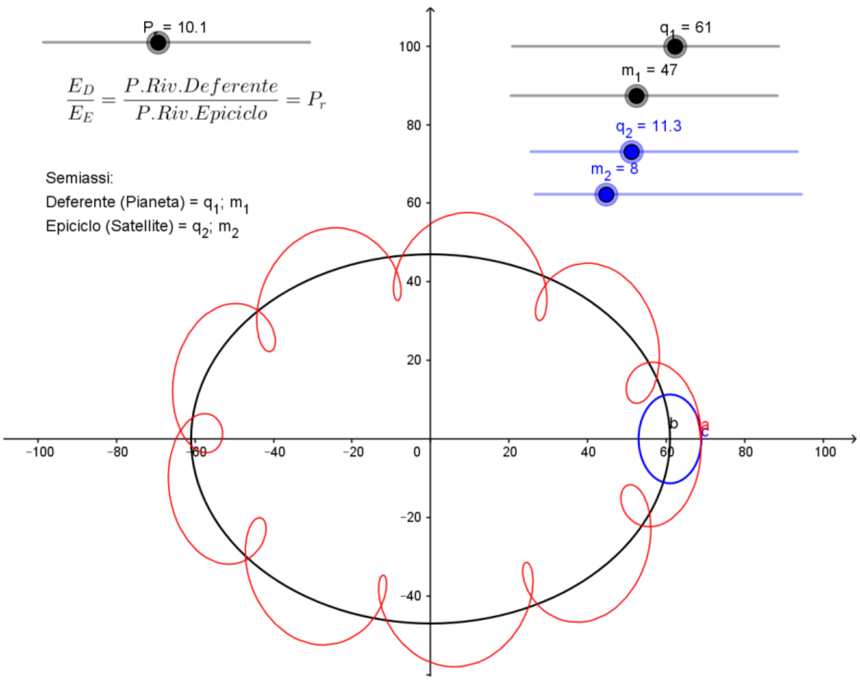


secondo una circonferenza abbiamo i tracciati della Ipocicloide ed Epicicloide a seconda che la circonferenza ruoti in senso orario o antiorario. Applet 8CAPVIII IPO-EPICICLOIDE

C) La serie cicloide su ellisse traccia una traiettoria (in nero) che può essere una circonferenza o una ellisse:



Applet 8CAPVIII Cicloide serie Ellisse.
****
Abbiamo indicato le cicloidi come traiettoria di un punto di circonferenza il cui centro emigra su una retta, una circonferenza o una ellisse, ma il punto può essere punto di una ellisse anziché di una circonferenza; come nel caso più generale della astronomia in cui si parla di Deferente e Epiciclo (traiettoria in rosso), Applet EPICICLI E DEFERENTI:



M.Vaglieco VAI SOMMARIO