CAP.IX PARABOLA RIDEFINIZIONE[1] E PARABOLA DI VAG

Nella Geometria Parametrica in un riferimento cartesiano (ortogonale), il luogo geometrico dei punti che distano dall'origine la somma algebrica di una costante p($p\in R^+$) ed una coordinata di tali punti, cioè:

(p±y) (aperta verso +l'alto, -in basso; y asse di simmetria)

(p±x) (aperta verso +destra, -sinistra; x asse di simmetria)

dà luogo ad una curva chiamata Parabola e l'Origine è detto Fuoco, e il campo di variabilità di tali coordinate è:

$$\left(-\frac{p}{2};+\infty\right) \qquad oppure \qquad \left(+\frac{p}{2};-\infty\right)$$

Dove p=Parametro della Parabola e p/2=distanza del Vertice della Parabola dal Fuoco (Origine).

Valori Parametrici:

a) $\begin{cases}(p\pm x)\cos\beta = x\\(p\pm x)\sin\beta = y\end{cases}$ $\qquad (p\pm x)^2 = x^2+y^2$

b) $\begin{cases}(p\pm y)\cos\beta = x\\(p\pm y)\sin\beta = y\end{cases}$ $\qquad (p\pm y)^2 = x^2+y^2$

da cui l'Equazione per punti della **Parabola con il Fuoco nell' Origine:**

$y^2 = p^2 \pm 2px$ (concavità verso l'asse delle x)

$x^2 = p^2 \pm 2py$ (concavità verso l'asse delle y)

Sviluppando:

$$(p\pm x)\cos\beta = x \Rightarrow [x]=\left[\frac{p}{1\mp\cos\beta}\cos\beta\right];\quad [x]\sin\beta = y\cos\beta \quad y=\left[\frac{p}{1\mp\cos\beta}\right]\sin\beta$$

possiamo scrivere:

Eq. Polare e Parametrica con Fuoco nell' Origine:

$$OA=\frac{p}{1\mp\cos\beta} \qquad \begin{cases}OA\cos\beta = \dfrac{p}{1\mp\cos\beta}\cos\beta = x\\[2ex] OA\sin\beta = \dfrac{p}{1\mp\cos\beta}\sin\beta = y\end{cases}$$

Eq. Parametrica con il Vertice nell' Origine:

$$\begin{cases}OA\cos\beta = x = \dfrac{2p}{\tan^2\beta}\\[2ex] OA\sin\beta = y = \dfrac{2p}{\tan\beta}\end{cases} \qquad y = x\tan\beta;\quad y\tan\beta = x\tan^2\beta = 2p$$

dalla prima espressione abbiamo l'equazione per punti:

$$OA=\frac{2p\ \cos(\beta)}{SIN^2(\beta)};\quad OA=\frac{\frac{2px}{OA}}{\frac{y^2}{OA^2}}=\frac{2px\ OA}{y^2} \quad \Rightarrow y^2 = 2p\mathrm{x}$$

Parametrica in COSENO:

Punto: $\left(\frac{R}{\cos^2(\alpha)}\cos(2\alpha), \frac{R}{\cos^2(\alpha)}\sin(2\alpha)\right)$ (R=parametro)

[1] *GEOMETRIA PARAMETRICA CAP.III Le Curve pag.19*

$Curva$: $(R(1-tan^2(\alpha), 2R\ \tan(\alpha), \alpha, 0{,}2\pi)$

Da Conica a Parametrica di angolo (β)

da Conica $f(x) = a\,x^2 + b\,x + c = x(ax+b) + c = y_1 + c$

a Parametrica con $\frac{y_1}{x} = \tan(\beta) = ax + b$; $x = \frac{\tan(\beta) - b}{a}$

$y_1 = \frac{[(\tan(\beta)-b)^2 + (\tan(\beta)-b)]}{a} = \frac{\tan(\beta)-b}{a}\tan(\beta)$ tenendo presente di fare

$prima\ \beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ e poi $\beta \in (\pi/2, \pi)$;

Curva Parametrica; $[(tan(\beta) - b) / a, ((tan(\beta) - b) / a)\, tan(\beta) + c, \beta, 0, \pi]$

PARABOLA DI VAG

Parabola Parametrica (fuoco nell'Origine):

Aperta a sinistra

è Eq. Di Vag di una parabola di parametro **p=2R.**

a] $\frac{R}{\cos\alpha} = \frac{R}{\cos\alpha}(1-2\cos\alpha)\cos\beta + \frac{R}{\cos\alpha}(\pm 2\sqrt{\cos\alpha(1-\cos\alpha)})\,\mathrm{sen}\beta$

ma moltiplicando i membri dell'Eq. di Vag per cosα :

b] $R = R(1-2\cos\alpha)\cos\beta + R(\pm 2\sqrt{\cos\alpha(1-\cos\alpha)})\,sen\beta$

è Eq. di Vag di una circonferenza di raggio R.

Aperta a destra

$\frac{R}{\cos\alpha} = -\frac{R}{\cos\alpha}(1-2\cos\alpha)\cos\beta + \frac{R}{\cos\alpha}(\pm 2\sqrt{\cos\alpha(1-\cos\alpha)})\,sen\beta$

Aperta in alto

$\frac{R}{\cos\alpha} = \frac{R}{\cos\alpha}\left[\pm 2\sqrt{\cos\alpha(1-\cos\alpha)}\right]\cos\beta + \frac{R}{\cos\alpha}(1-2\cos\alpha)\,\mathrm{sen}\beta$

Aperta in basso.

$\frac{R}{\cos\alpha} = \frac{R}{\cos\alpha}\left[\pm 2\sqrt{\cos\alpha(1-\cos\alpha)}\right]\cos\beta + \frac{R}{\cos\alpha} - (1-2\cos\alpha)\,\mathrm{sen}\beta$

M.Vaglieco

VAI SOMMARIO