IX. CURVE: SPIRALI, ROSA E LAME’

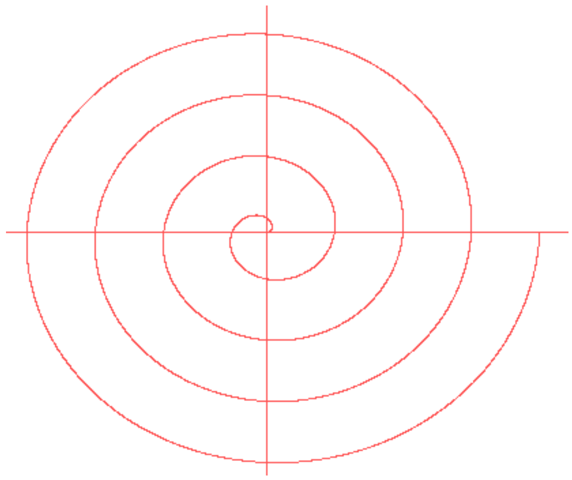
SPIRALI

Spirale e' la curva descritta da una distanza OC intorno ad un punto O (origine) che si incrementa in modo proporzionale ad ogni giro o frazione di giro.

Se si considera la distanza OA in coordinate polari e l'anomalia φ (phi) di tali coordinate, il valore in radianti dell'angolo β nel relativo riferimento cartesiano, tale cioè che $\varphi = \frac{\beta\pi}{180}$ si avrà:

1) Spirale d'Archimede:

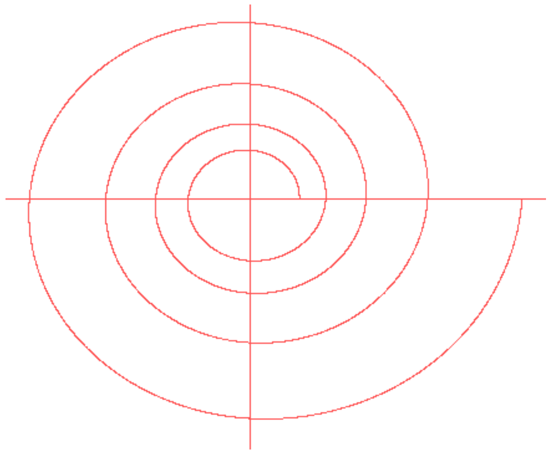
$$\begin{cases} \overline{OA}\cos\beta = K\varphi\cos\beta = x \\ \overline{OA}\,\text{sen}\,\beta = K\varphi\,\text{sen}\,\beta = y \end{cases} \quad \text{K fattore di posizione}$$



2) Spirale logaritmica:

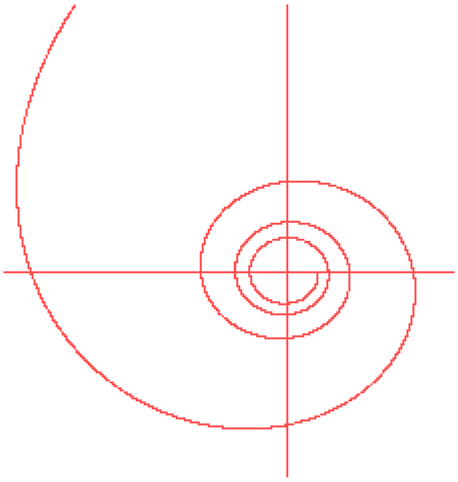
$$\begin{cases} K^{\varphi}\cos\beta = e^{(\varphi\log K)}\cos\beta = x \\ K^{\varphi}\,\text{sen}\,\beta = e^{(\varphi\log K)}\,\text{sen}\,\beta = y \end{cases}$$

(da Analisi Matematica - FICHERA)



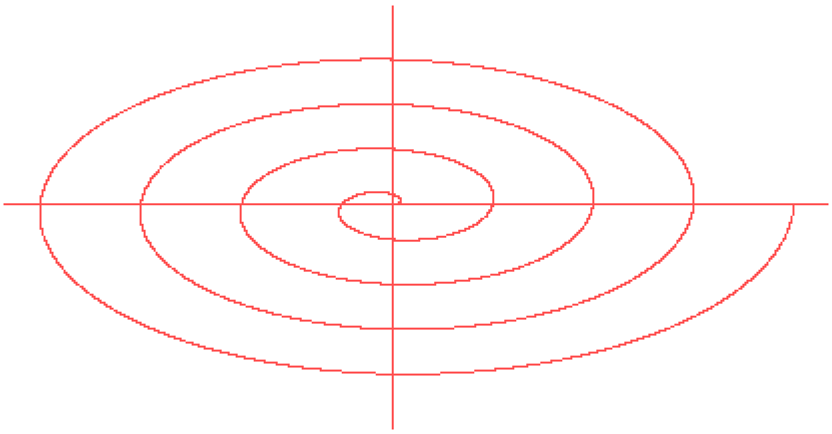
3)Spirale Iperbolica:

$$\begin{cases} \overline{OA}\cos\beta = x = \dfrac{K}{\alpha}\cos\alpha \\ \overline{OA}\operatorname{sen}\beta = y = \dfrac{K}{\alpha}\operatorname{sen}\alpha \end{cases} \qquad \alpha \text{ in radianti}$$



3) Spirale Ellittica-Circolare:

$$\begin{cases} \overline{OA}\cos\beta = x = (q\cos\alpha)\alpha \\ \overline{OA}\operatorname{sen}\beta = y = (m\operatorname{sen}\alpha)\alpha \end{cases} \qquad \alpha \text{ in radianti}$$



Nel caso Circolare (q=m) ricalca la Spirale d'Archimede.

LA ROSA

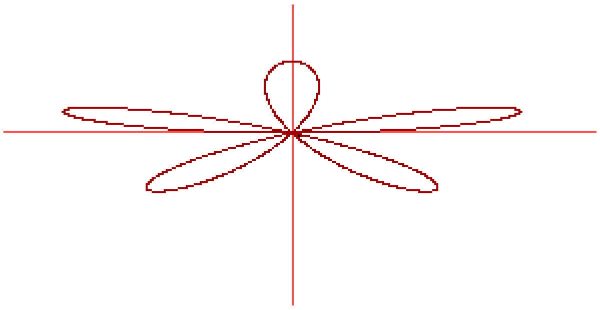
1) Ellittica o Circolare:

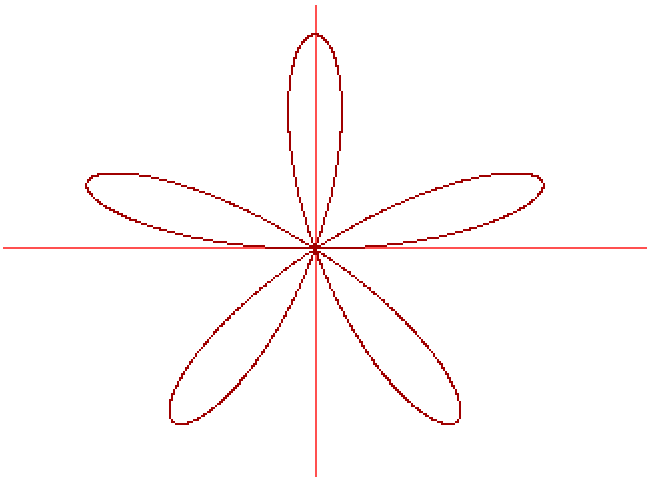
$$\begin{cases} OA\cos\beta = x = q\sin(\alpha p)\cos\alpha \\ OA\sin\beta = y = m\sin(\alpha p)sen\alpha \end{cases}$$

α in radianti

p numero petali

Esempio di rosa Ellittica e Circolare per p=5:

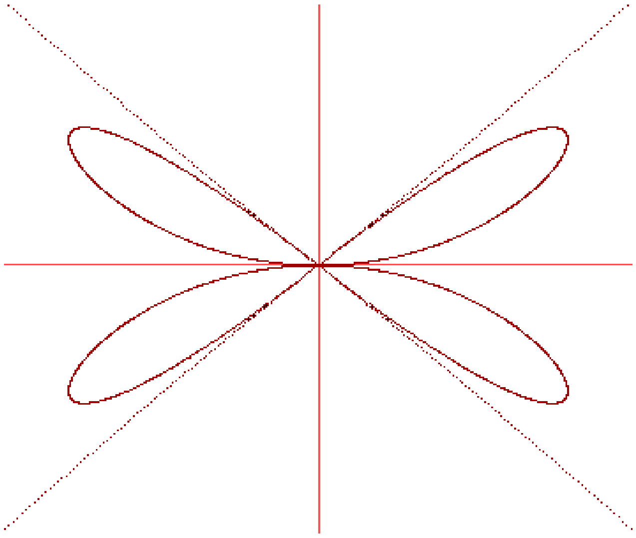




2) Iperbolica:

$$\begin{cases} OA\cos\beta = x = \dfrac{q\sin(\alpha p)}{\cos\alpha} \\ OAsen\beta = y = m\sin(\alpha p)\tan\alpha \end{cases}$$

Esempio di Rosa Iperbolica Equilatera per p=3:



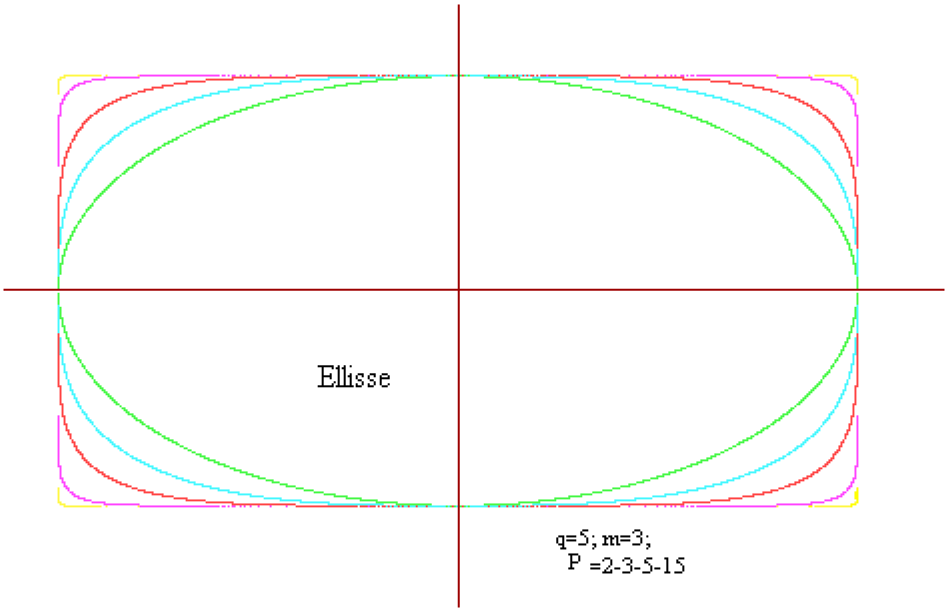
CURVE DI LAME’

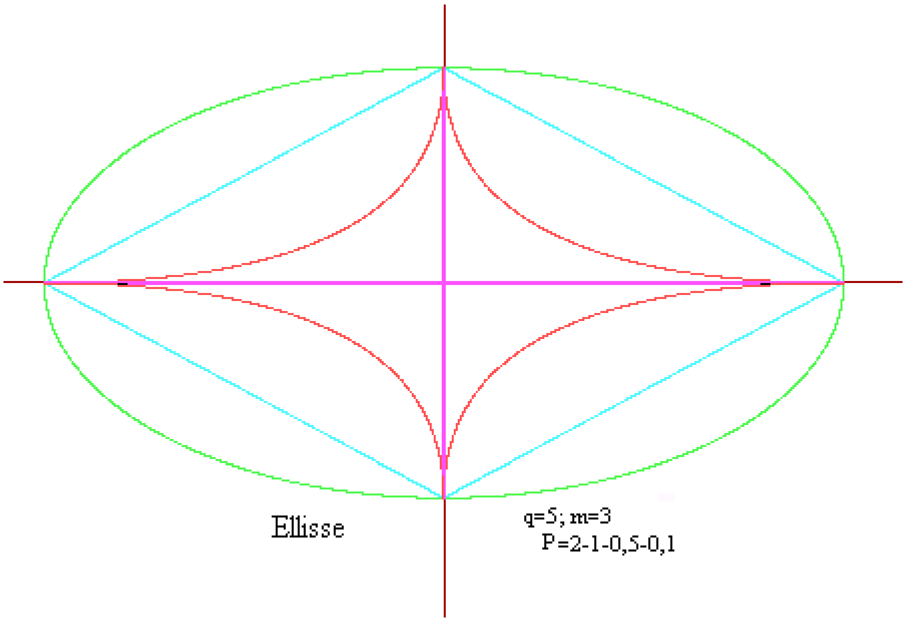
Le curve di Lame’ sono le curve classiche: Ellisse e Circonferenza,Iperbole ed Iperbole Equilatera, Parabola, in cui il valore delle funzioni Trigonometriche sono elevate a potenza.

Ellisse e Circonferenza:

$$\begin{cases} \overline{OA}\cos\beta = x = q\sqrt[p]{\cos^2\alpha} \\ \overline{OA}\sin\beta = y = m\sqrt[p]{\sin^2\alpha} \end{cases}$$

per q = m si avrà la Circonferenza per P=2 si avrà la Ellisse o la Circonferenza.



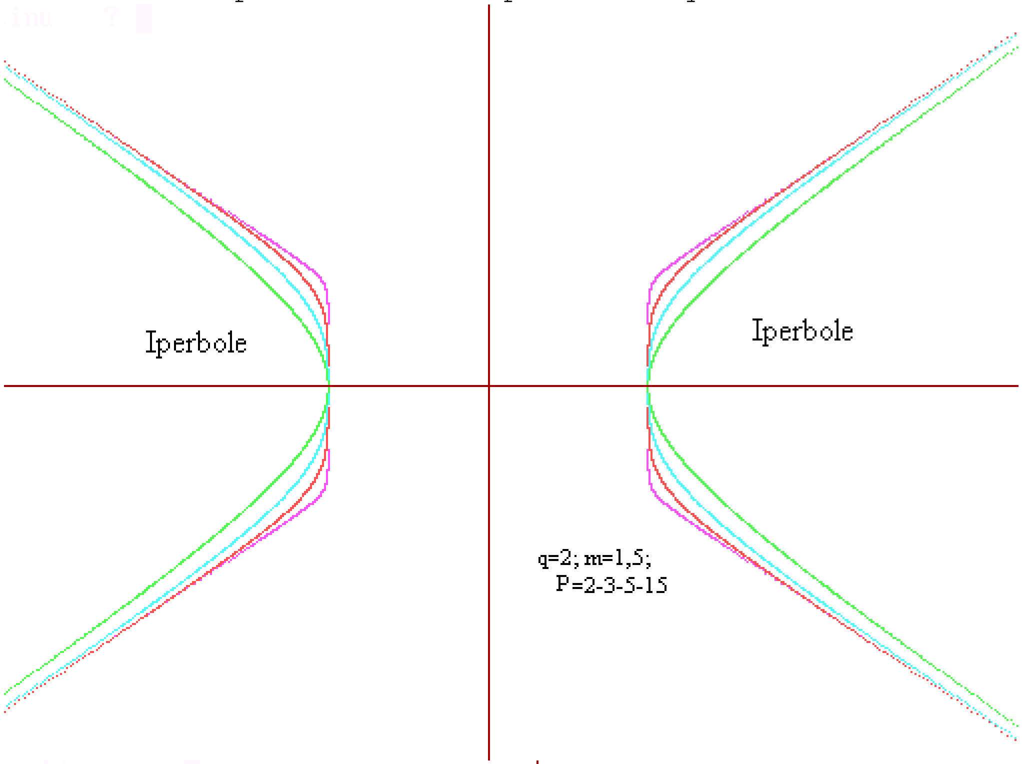


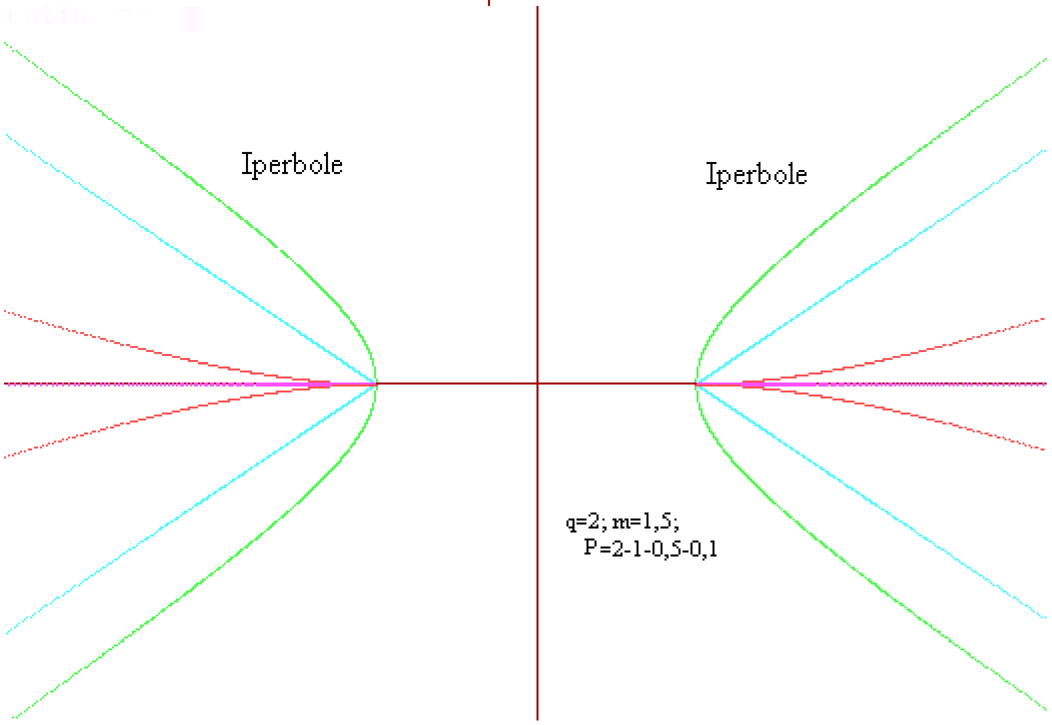
Iperbole e Iperbole Equilatera:

$$\begin{cases} \overline{OA}\cos\beta = x = \dfrac{q}{\sqrt[p]{\cos^2\alpha}} \\ \overline{OA}\sin\beta = y = m\,\sqrt[p]{\operatorname{tag}^2\alpha} \end{cases}$$

per q = m si avrà l'Iperbole Equilatera per P=2

si avrà la Iperbole o la Iperbole Equilatera





I valori di α sono compresi tra 0°≤ α ≤ 90° in quanto il valore di ciascuna coordinata sarà ± x e ±y essendo presente un radicando che dà luogo a quattro combinazioni che completano la figura.

Parabola:

$$\begin{cases} (p+x)\cos\beta = x = \dfrac{Par}{1-\cos\beta}\sqrt[p]{\cos^2\beta} \\ (p+x)\sin\beta = x = \dfrac{Par}{1-\cos\beta}\sqrt[p]{\sin^2\beta} \end{cases}$$

Il valore di β varierà da 0°≤ β ≤180° e considerando i segni del radicando daranno le due parabole con x asse di simmetria e concavità opposte.