I. EQUAZIONE DI VAG SUL PIANO

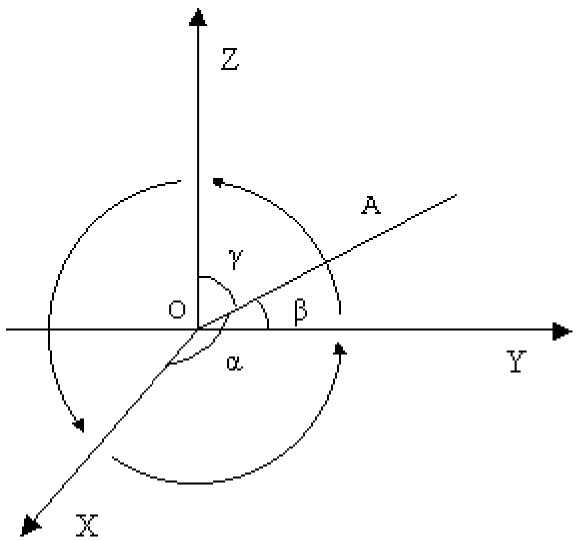
L'EQUAZIONE

Data una equazione di tipo parametrico:

$$\left|\overline{OA}\right| = x\cos t_1 + y\cos t_2 + z\cos t_3$$

in un riferimento cartesiano ortogonale nello spazio di centro O dove si pone $t_1 = \alpha$; $t_2 = \beta$; $t_3 = \gamma$ e dove α; β; γ sono gli angoli che il segmento OA forma con il verso positivo e movimento antiorario degli assi in un sistema cartesiano (come da figura). Chiameremo:

EQUAZIONE DI VAG



l'espressione:

$$\left|\overline{OA}\right| = x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma$$

quando si verifichino le seguenti condizioni:

$$\begin{cases} \left|\overline{OA}\right|\cos\alpha = x \\ \left|\overline{OA}\right|\cos\beta = y \\ \left|\overline{OA}\right|\cos\gamma = z \end{cases}$$

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

$$\overline{OA}^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

La stessa equazione riferita nel piano (x,y) sarà:

$$\left|\overline{OA}\right| = x\cos\alpha + y\cos\beta$$

$$\begin{cases} \left|\overline{OA}\right|\cos\alpha = x \\ \left|\overline{OA}\right|\cos\beta = y \end{cases} \qquad \begin{aligned} \cos^2\alpha + \cos^2\beta &= 1 \\ \overline{OA}^2 &= x^2 + y^2 \end{aligned}$$

ed anche:

$$\left|\overline{OA}\right| = x \cos \alpha + y \operatorname{sen} \alpha \quad \text{dove} \quad \cos^2 \beta = \operatorname{sen}^2 \alpha$$

A loro volta le coordinate x,y,z possono assumere un valore parametrico.

IL SIGNIFICATO DEGLI ANGOLI. Le coordinate possono assumere un loro valore parametrico e questo valore serve per delimitare il valore di ogni coordinata: $x=q\cos\alpha$ mi dice che il valore di x è un valore compreso tra +q e -q; volendo indicare solo i valori tra 0 e q basterà fare $0° \leq \alpha \leq 90°$.
Se scrivessi $x=q/\cos\alpha$ indico che la coordinata sarà compresa tra +q e $+\infty$ sempre per $0° \leq \alpha \leq 90°$: più avanti una tabellina ci indicherà le più importanti tra queste considerazioni.
Se sul piano volessi limitare $0 \leq x \leq q$ e contemporaneamente volessi $0 \leq y \leq m$ posso porre la condizione $x=q\cos\alpha_1$ e $y=m\cos\alpha_2$ e ponendo la condizione $cos^2\alpha_1 + cos^2\alpha_2 = 1$, come abbiamo già visto, potrò scrivere $x=q\cos\alpha_1$ e $y=m\sin\alpha_1$ che vuol dire semplicemente che al valore massimo di x corrisponde il valore minimo y per uno stesso α_1.
Più avanti vedremo che la condizione di due angoli α_1 e α_2 ha un significato diverso se noi poniamo la condizione $cos^2\alpha_1 + cos^2\alpha_2 = 1$ che usiamo nel tracciare le curve note, e la condizione $cos^2\alpha_1 + cos^2\alpha_2 < 1$ o >1 fino a $cos^2\alpha_1 + cos^2\alpha_2 = 2$ che dà il punto estremo del rettangolo q*m.
Il ragionamento vale anche per $cos^2\alpha_1 + cos^2\alpha_2 + cos^2\alpha_3 = 1$ dove il caso di $cos^2\alpha_1 + cos^2\alpha_2 + cos^2\alpha_3 = 3$ dà il punto estremo del parallelepipede q*m*p.
Concettualmente nella nostra Equazione , la differenza tra gli angoli (α, β, γ) e $(\alpha_1\ \alpha_2\ \alpha_3)$ è che i primi sono propri (appartengono) al riferimento che uso (Cartesiano o altro) mentre i secondi sono riferiti ad un angolo esterno ed ipotetico, usato per il calcolo e possono essere per definizione legati o meno tra loro come abbiamo visto nel caso $cos^2\alpha_1 + cos^2\alpha_2 + cos^2\alpha_3 = 1$.
Nella formulazione della nostra Equazione Parametrica anche tra (α, β, γ) e $(\alpha_1\ \alpha_2\ \alpha_3)$ esiste un legame.